

种植密度与马铃薯块茎大小的分布

II. 块茎大小分布的数学模型及其应用

谢从华 田恒林 陈耀华

(南方马铃薯研究中心)

摘要

本试验在3种不同的种植密度下, 分期调查了马铃薯主栽品种Mira和783-1在田间的块茎大小分布。结果证明, 块茎生长发育期间其大小分布为一负指数曲线形式, 并可用数学模型 $y = N(e^{-\lambda bn} - e^{-\lambda b(n+1)})$ 来表示 (式中 y 为块茎重量等级 n 的块茎个数, N 为单位面积的块茎总数, λ 为块茎平均重量的倒数, b 为块茎重量等级的上限)。即在一个块茎群体中, 块茎数目以 30 g 以下的小块茎为多, 随着重量级别的增加, 其数目逐步减少。高密度增加了小块茎的数目及其比例从而导致块茎的平均重量下降。统计分析表明, 模型预测值与实际观测值无显著差异。

根据上述模型, 块茎的大小分布主要取决于单位面积上的块茎总数及块茎平均重量这两个参数。由于种植密度与块茎数目、光能截获量与块茎产量之间存在着显著的相互关系, 因此根据对块茎大小的需求, 该模型可帮助确定适宜的种植密度与收获晚期, 来达到控制块茎大小的目的。

1 前言

马铃薯块茎的大小是衡量马铃薯品质的一个重要性状。随着用途的不同, 人们对块茎大小的要求也不一样, 如种薯的一般大小为 50~100 g, 炸片、炸条等加工用薯则要求 150 克以上的大薯, 以减少去皮损失, 市场销售的食用薯, 大薯亦比小薯的经济价值要高。因此, 块茎大小同时也是 1 个重要的经济性状。

由于同一品种往往被赋予不同的用途, 既要生产种薯, 也要生产商品薯或加工用薯, 因而马铃薯块茎的大小不可能完全由育种的途径来控制。目前人们一致认为, 马

薯的产量取决于块茎的数目及其大小, 而产量性状又是受微效多基因所控制, 所以块茎的大小易于受到环境条件的影响, 这使得有可能利用适当的栽培措施来达到控制块茎大小的目的。

许多研究报告^[1-6]指出, 随着种植密度的增加, 块茎的数目亦增加, 而块茎的平均重量则随之降低。Nie^[5] 在研究了不同熟期栽培品种在不同的种植密度下块茎数目及大小的动态变化后指出, 块茎数目随着大小级别的增加呈现一种负指数曲线的降低。随着密度的增加, 小块茎的数目及其比例增加而大块茎则相反。密度和生育时期只与曲线的斜率有关而不改变曲线的基本性质。因此, 这

一块茎大小分布的负指数模型有助于进一步了解控制块茎大小的主要因素及其控制机理。由于模型所含的两个主要参数即单位面积上的块茎总数与块茎平均重量均为马铃薯产量的构成因素, 因此, 该模型除了能预测块茎大小分布外, 还具有产量预测功能。通过模型指导对参数进行合理调控, 即可达到控制块茎大小, 提高马铃薯生产效益的目的。本文旨在进一步探讨该模型的稳定性及其适用范围, 为其在生产实践中的运用提供依据。

2 材料和方法

2.1 试验设计及取样

本试验选用了我国西南地区的主栽品种 Mira 和新育成的高产、中晚熟品种 783-1, 各 3 种密度 (A: 2649 株/亩, B: 4041 株/亩, C: 5388 株/亩), 3 次重复, 按裂区法设计。块茎生长发育期间, 从 5 月 14 日至 7 月 10 日, 每两周取样 1 次, 每处理取 4 株, 3 重复共 12 株调查块茎数目及单个块茎重量, 然后按 30 g 1 个重量等级, 计算各等级的块茎数。开始膨大的匍匐茎顶端其直径超过匍匐茎直径两倍以上者即视作一块茎。田间管理等详见前述^[6]。

2.2 块茎大小分布的数学模型

在以前的研究^[5]中发现, 群体中块茎大小的分布可由一负指数曲线表示。块茎按重量大小分级后各等级块茎个数的累积频率为:

$$F(b) = \int_0^b \lambda e^{-\lambda x} dx = [-e^{-\lambda x}]_0^b = 1 - e^{-\lambda b} \quad (1)$$

式中: F —— 块茎数量的累积频率;
 b —— 块茎重量级别的上限;

λ —— 块茎平均重量的倒数;
 e —— 自然常数 (2.71828);
 x —— 单个块茎的重量。

重量等级 u 的块茎个数占块茎总数的比率 (P) 则可由 $F(b_u) - F(b_{u-1})$ 求得:

$$P = F(b_u) - F(b_{u-1}) = e^{-\lambda b_{u-1}} - e^{-\lambda b_u} \quad (2)$$

因此, 重量等级 n 中的块茎数目 y 就等于块茎总数 (N) 与 P 的乘积:

$$y = N(e^{-\lambda b_{u-1}} - e^{-\lambda b_u}) \quad (3)$$

式 (3) 所表示的就是一条负指数曲线。该曲线的扩展程度及斜率由群体中块茎的总个数 (N) 及块茎的平均重量 ($1/\lambda$) 两个参数所决定。在本试验中, 式 (3) 被用来预测各密度条件下不同时期的块茎分布情况, 并与实际观测值进行比较, 检验模型的稳定性。

3 结果

3.1 块茎大小的分布

从块茎形成初期至成熟的 5 次取样的结果表明, 单位面积上块茎的个数以 30 g 以下的为多, 随着重量级别的增加, 其个数呈指数曲线形式下降。以 6 月 14 日 (块茎发育中期) 和 7 月 10 日 (块茎成熟期) 取样为例, 其结果分别示于图 1 和图 2。

利用取样时所获得的单位面积上的块茎总数及块茎平均重量, 由前面介绍的式 (3) 来模拟各处理块茎大小的分布情况, 其曲线经 χ^2 检验^[7], 除 Mira 高密度 7 月 10 日的取样外, 均与图 1、图 2 中所对应的试验数据符合。

虽然由于试验期间晚疫病暴发, 造成了部分取样误差, 试验结果仍明确地显示, 随着种植密度的增加, 单位面积上的块茎数目亦增加, 而块茎的平均重量仍降低。这主要是

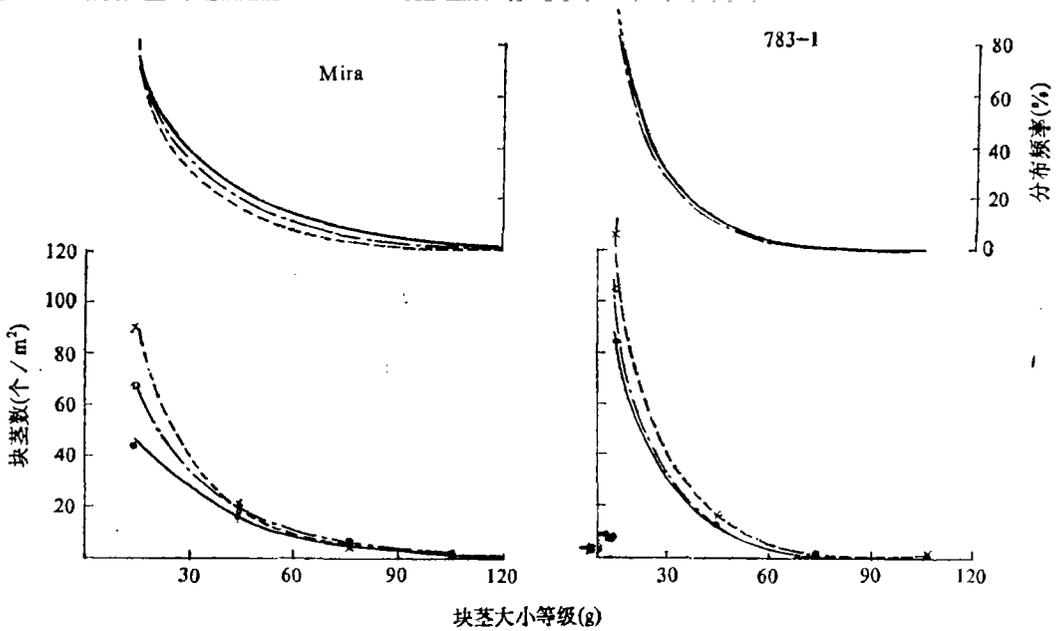


图1 6月14日不同密度的马铃薯块茎的大小分布及其频率

●——2649株/亩 ○---4041株/亩 × ---5388株/亩

$$\begin{aligned}
 \text{Mira} \quad & y = 63.6 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{25.4}} - e^{-\frac{b_n}{25.4}} \right) & y = 91.0 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{21.7}} - e^{-\frac{b_n}{21.7}} \right) & y = 107.1 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{18.1}} - e^{-\frac{b_n}{18.1}} \right) \\
 \text{783-1} \quad & y = 100.3 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{13.8}} - e^{-\frac{b_n}{13.8}} \right) & y = 121.8 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{13.0}} - e^{-\frac{b_n}{13.0}} \right) & y = 146.8 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{13.7}} - e^{-\frac{b_n}{13.7}} \right)
 \end{aligned}$$

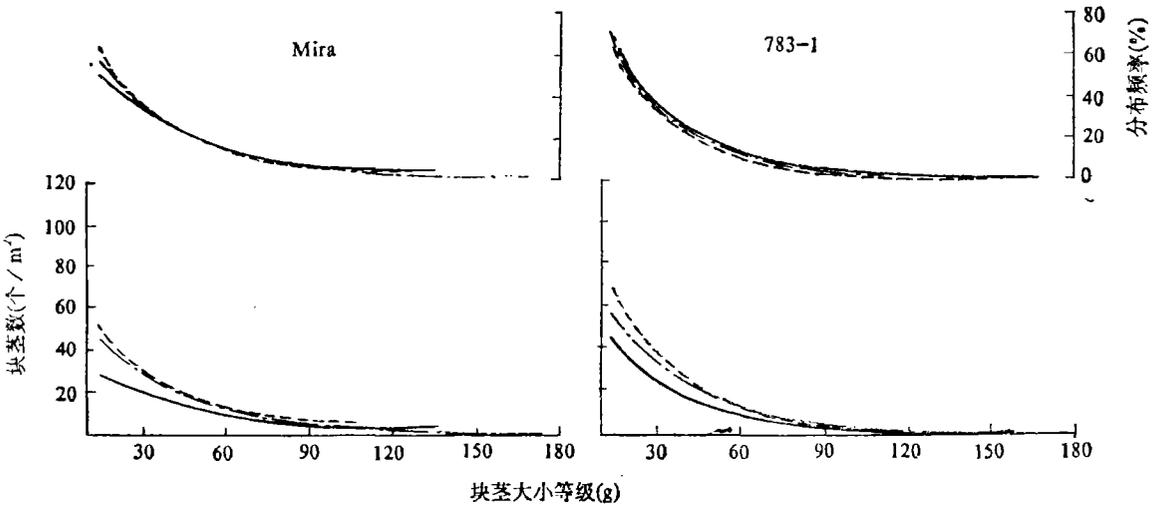


图2 7月10日不同密度的马铃薯块茎的大小分布及其频率

●——2649株/亩 ○---4041株/亩 × 5388株/亩

$$\begin{aligned}
 \text{Mira} \quad & y = 56.6 \left(e^{-\frac{b}{40.5}} - e^{-\frac{b_n}{40.5}} \right) & y = 74.2 \left(e^{-\frac{b}{33.8}} - e^{-\frac{b_n}{3.83}} \right) & y = 75.4 \left(e^{-\frac{b}{30.3}} - e^{-\frac{b_n}{30.3}} \right) \\
 \text{783-1} \quad & y = 67.4 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{27.8}} - e^{-\frac{b_n}{27.8}} \right) & y = 88.3 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{30.5}} - e^{-\frac{b_n}{30.5}} \right) & y = 104.4 \left(e^{-\frac{b_{n-1}}{24.6}} - e^{-\frac{b_n}{24.6}} \right)
 \end{aligned}$$

由于小块茎, 尤其是 30 克以下的块茎大量增加的缘故, 而大块茎的数目各密度处理间差异不大, 从而导致在高密度下, 小块茎的比例上升而大块茎的比例下降。如 7 月 10 日 Mira 在每亩 2649 株的密度下, 每平方米的块茎数目为 50.6 个, 块茎平均重 40.5 g, 30 g 以下的块茎个数为 22.6 个, 占块茎总数的 52.4%。而在每亩 5388 株的密度下, 以上各项数值分别为 75.4 个, 30.3 g, 43.1 个和 62.9%。

3.2 模型的适合性检验

用式 (3) 数学模型预测的各大小级别的块茎数对应于实际观测的块茎数作图, 如果各点均分布于斜率等于 1 的直线上, 则表明该模型完全代表了实际情况。因此, 根据点与斜率等于 1 的离散度即可确定模型预测值与实际观测值的符合程度。6 月 14 日和 7 月 10 日的结果分别示于图 3 的 A 和 B。t 测验的结果表明, 式 (3) 所预测的块茎个数与实际观测值无显著差异, 其它生育时期的结果亦同。

3.3 模型的应用

3.3.1 确定适宜的收获时期

根据式 (3), 在单位面积上块茎总数 N 一定的条件下 (如已按一定密度规格播种的田块), 要使某一大小级别的块茎产量最高, 即块茎个数最多, 则必有 1 个最适的块茎平均重量值 (x), 该值可由式 (3) 微分求得。为计算方便起见, 令 $b_{n-1} = n_1$, $b_n = n_2$, 式 (3) 可改写成

$$y = N(e^{-n_1/x} - e^{-n_2/x})$$

$$\text{再令 } U = e^{-n_1/x}, \quad V = e^{-n_2/x}$$

$$dy/dx = (dU/dx - dV/dx)N$$

因此, 当 $dy/dx = 0$, 最适块茎平均重量 x 为:

$$x = (n_2 - n_1) / \ln(n_2/n_1) \quad (4)$$

例如, 在种薯生产中, 我们需要 30~90 g 的块茎产量最高, 根据 (4) 式, 块茎的平均重量为 54.6 g。

由于植株干重与其所截获的光能 (CIR) 具有极显著的直线相关关系, 其回归系数即为光能转化率 (C)。如本试验中, Mira 的光能转化率为 1.144 干物质/MJ·m², 783-1 为 1.106 g 干物质/MJ·m²^[6]。在通常的情况下, 块茎干重约占植株干重的 75%, 块茎的干物质含量约为 20%^[5,8,9]。因此, 块茎的平均重量可由下式表示:

$$x = CIR \times C \times 0.75 \times 100 / (N \times 20) \quad (5)$$

式中 N ——块茎总数。

将式 (5) 移项, 即可求得生产平均重量为 x 的块茎鲜体所需的光能累积截获量:

$$CIR = \frac{x \times N \times 20}{C \times 0.75 \times 100} \quad (6)$$

故根据气候条件和作物的光能截获速率, 便可得知达到所需 CIR 值的时间, 亦即适宜的收获时期。

3.3.2 确定适宜的种植密度

若已知马铃薯作物在其生长发育期间的的光能累积截获量 (该值可参考正常条件下的观测值), 在确定了最适块茎平均重量 x 后, 单位面积上最适的块茎数目可由 (6) 式转换求得:

$$N = CIR \times C \times 0.75 \times 100 / (x \times 20) \quad (7)$$

因为单茎的块茎数量 (N_s) 与单位面积上的茎数 (S) 具有显著的相互关系, 并可由 $N_s = aS^b$ 的形式表示^[6], 解方程组

$$\begin{cases} N = N_s \cdot S \\ N_s = aS^b \end{cases}$$

可求得单位面积上生产块茎总数为 N 所需的主茎数 S :

$$S = \left(\frac{N}{a} \right)^{\frac{1}{b+1}} \quad (8)$$

例如在通常情况下, 我国西南地区单作马铃薯在4月中旬至7月下旬的生育期间, 其光能累积截获量约为500MJ/m², 若要使30~90g的种薯产量最高, 最适的块茎平均重量如前所述应为54.6g。就Mira品

种来说, 其光能转化效率 $C = 1.441g$ 干物质/MJ·m²。根据(7)式, 每平方米的最适块茎数应为50个。由于Mira每平方米茎数与每茎块茎数的关系式为 $N_S = 8.1S^{-0.3042(12)}$, 因此, 根据(8)式, 其单位面积上的茎数应为13.7根/m²。据此, 可以确定适宜的种植密度。

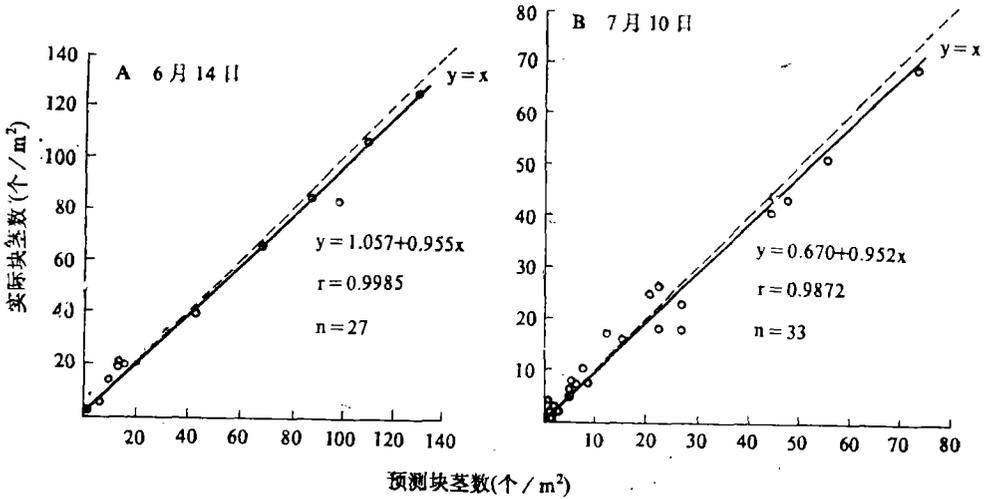


图3 不同时期模型预测块茎茎数与实际观测块茎数的相互关系

注: 斜率不同于1的t测验; A: $t = 0.0224$; B: $t = 0.0207$

4 讨论

种植密度对块茎数量及块茎大小的影响已被许多研究所证明^[10-5, 8]。随着密度的增加, 小块茎的数目及其比例增加, 导致块茎的平均重量降低。这表明, 单位面积上的块茎数目是影响块茎大小的主要因素^[5]。因此, 要控制块茎大小, 必须要考虑块茎形成的数目及其影响因素。

Sands和Regel^[10]基于成熟的马铃薯块茎其重量呈正态分布这一假设, 于1983年提出了1个块茎大小分布的正态模型。由于该模型只涉及块茎平均重量及其标准差两个参数, 且非成熟鲜体的块茎重量分布呈偏

态, 因而不能模拟块茎生长发育的动态过程, 限制了其在生产实际中的应用。

本文所讨论的指数模型, 以单位面积上的块茎数量及平均重量为主要参数, 先后3年在英格兰和我国西南地区有代表性的气候条件下, 利用不同的栽培品种进行了检验。结果表明, 模型能描述块茎大小分布的真实情况, 并适用于块茎生长发育的各个时期。模型的预测值与实际观测数据的符合程度达极显著水平。

上述指数模型除了能模拟块茎大小分布外, 根据种植密度与块茎数量、光能截获量与植株干物产量这些基本关系, 还能提供最佳种植密度和最适收获时期的信息, 以有目的地控制块茎大小, 提高马铃薯的生产效

益。由于我国马铃薯生产区域广大, 品种与地点的互作效应明显, 要提高模型指导马铃薯生产方面的精确性, 首先应准确了解各品种的光能转化效率以及种植密度与块茎形成数量的关系, 这些均为各品种的遗传基础所决定。如本试验中所涉及的两个品种, Mira 的光能转化率要高于 781-1 而单位面积上所形成的块茎数则少于后者^[6]。上述有关数据均可在有关的栽培生理试验中获得。

参 考 文 献

- 1 Allen E J. Plant density. In: Harris, P. M. (Ed.). *The Potato Crop* (London: Chapman and Hall), 1978, 27:~326
- 2 Aranume K., Naka J and Kogure K. On the relationship between dry matter production and plant density in spring potato plants. *Technical Bulletin, Faculty of Agric, Kagawa Univ*, 1984, 35(2): 35~59
- 3 Moorby J. Inter-stem and inter-tuber competition in potatoes. *Eur. Potato J*, 1967, 10: 189~205
- 4 Wiersuma S G. The effect of density on tuber yield in plants grown from true potato seed in seed beds during contrasting seasons. *Amer. Potato J*, 1986, 63: 465~472
- 5 Xie Conghua. physiology of Tuber Growth and Tuber Size Control in Potato (*Solanum tuberosum* L.) Ph. D thesis, Wye College, University of London, 1989
- 6 谢从华, 陈耀华和田恒林. 种植密度与马铃薯块茎大小的分布. I. 密度与块茎生长的关系. *马铃薯杂志*, 1991, 2: 70~78
- 7 Clarke G M and Cooke D. *A Basic Course in Statistics*. Edward Arnold, 1978, 183~186, 262
- 8 Calson H. Production of large tubered potatoes. Rapport, Institutionen for Vaxtodling, Sveriges Lantbruksuniversitet, 1985 148: 24
- 9 Sands P J and Regel P A. A model of the development and bulking of potatoes (*Solanum tuberosum* L.) V. A simple model for predicting graded yields. *Field Crop Res*, 1983, 25~40

欢迎订阅《中国农学通报》

《中国农学通报》是由中国农学会主办的农业科技综合性中级学术期刊, 主要报道农业战略决策性、综合性学术论文, 农业各学科的研究报告、简报、研究概况和进展的专题综述, 有关种植业、养殖业、加工贮藏的实用技术, 国内外农业新技术、新成果和科技信息, 国外农业科技以及学术动态和学会活动内容。本刊为双月刊, 逢双月25日出版, 国内统一刊号CN11-1984, 16开本。每期定价0.80元, 全年6期4.80元。该刊由中国农学会编辑出版部自办征订、发行。欲订者请将订购款从邮局或银行转帐汇至: 北京市农展馆南里11号中国农学会编辑出版部(开户银行: 北京农行朝阳支行, 帐号: 43113811, 户头: 中国农学会) 邮政编码: 100026。

PLANT DENSITY AND TUBER SIZE
DISTRIBUTION IN POTATOES
II. A MATHEMATICAL MODEL OF
TUBER SIZE DISTRIBUTION AND
ITS APPLICATION

Xie Conghua, Tian Henglin and Chen Yaohua
(Southern Potato Research Center of China)

ABSTRACT

Potato tuber size distribution of cvs. Mira and 783-1 was investigated regularly under three plant densities in the experiment field. The results showed that size distribution during tuber growth followed a negative exponential curve which could be described with a mathematical model of $Y = N(e^{-\lambda b n^{-1}} - e^{-\lambda b n})$ (Y -number of tubers of size category n , N -total number of tuber per unit area, λ -reciprocal of mean tuber weight, and b -up per limit of tuber size category), i.e. within a population the number was larger with the tubers less than 30g and decreased as size grade increased. High plant density promoted the production of small tubers and their proportion, hence the reduction of mean tuber weight. The statistical analysis indicated that the data of tuber number observed fitted in well with the predicted values.

According to the model, tuber size distribution was mainly controlled by two parameters, total number of tuber per unit area and mean tuber weight. Since there were remarkable relationships between plant density and number of tuber and between intercepted radiation and tuber yield, the model was capable of choosing a suitable plant density and harvesting time based on the production demand for a particular tuber size, to achieve the goal of tuber size control.